



University of Groningen

## Meetkunde opnieuw uitgevonden

van Gulik - Gulikers, Iris

**IMPORTANT NOTE:** You are advised to consult the publisher's version (publisher's PDF) if you wish to cite from it. Please check the document version below.

### *Document Version*

Publisher's PDF, also known as Version of record

### *Publication date:*

2005

[Link to publication in University of Groningen/UMCG research database](#)

### *Citation for published version (APA):*

van Gulik - Gulikers, I. (2005). Meetkunde opnieuw uitgevonden: een studie naar de waarde en de toepassing van de geschiedenis van de meetkunde in het wiskundeonderwijs. Groningen: s.n.

### **Copyright**

Other than for strictly personal use, it is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

### **Take-down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from the University of Groningen/UMCG research database (Pure): <http://www.rug.nl/research/portal>. For technical reasons the number of authors shown on this cover page is limited to 10 maximum.

## SAMENVATTING

In dit proefschrift worden de resultaten van een onderzoek naar de waarde en de toepassingsmogelijkheden van de geschiedenis van de meetkunde in het hedendaagse wiskundeonderwijs gepresenteerd.

De laatste decennia is er onder leraren, lerarenopleiders en onderzoekers een groeiende interesse in dit onderwerp waar te nemen. In de meeste publicaties wordt aandacht besteed aan verklaringsmodellen *waarom* het introduceren van de geschiedenis van de wiskunde een positief effect heeft op de kwaliteit van het onderwijs. Zeldzaam zijn echter de publicaties waarin onderzocht wordt *hoe* de geschiedenis van de wiskunde als didactisch middel gehanteerd kan worden en wat de effecten zijn op de motivatie en het leerproces van de leerlingen. Dit laatste is in feite de centrale onderzoeksvraag in dit proefschrift.

In de theoretische onderbouwing van de onderzoeksvraag wordt een overzicht gegeven van recente literatuur over de waarde en het gebruik van de geschiedenis in het meetkunde-onderwijs.

Rond 1900 is een gangbare opvatting dat het belangrijk is voor een leerling om systematisch alle belangrijke stappen van de ontwikkeling van de wiskunde te doorlopen, omdat dit de meest natuurlijke en meest effectieve manier van leren zou zijn. Aan het eind van de vorige eeuw wordt deze opvatting sterk gerelativeerd. De geschiedenis van de wiskunde moet zeker niet in absolute zin de noodzakelijke volgorde bepalen bij het aanleren van wiskundige concepten. Wel wordt gewezen op de parallel die er bestaat tussen fouten en vergissingen die leerlingen in het heden maken en problemen die er geweest zijn bij de historische ontwikkeling van de wiskunde. De argumenten die in de recente literatuur over dit onderwerp genoemd worden kunnen onderverdeeld worden in conceptuele, (multi-)culturele en motivationele argumenten. In conceptueel opzicht kan kennis van de geschiedenis van de wiskunde leiden tot een verrijking van het didactisch repertoire van de leraar en tot een bewuster gebruik van de eigen methoden. Leerlingen ontwikkelen een beter begrip door kennis te nemen van de wijze waarop wiskundige concepten ontwikkeld zijn.

Vanuit cultureel perspectief gezien is wiskunde een activiteit waarbij oplossingen gezocht en gevonden worden voor problemen uit de dagelijkse praktijk en waarbij tevens raakvlakken met andere disciplines zichtbaar worden. Niet onbelangrijk hierbij is dat een belangrijk deel van de ontstaansgeschiedenis van de wiskunde geworteld is in niet-westerse culturen. In multi-cultureel samengestelde lesgroepen kan dit leiden tot meer onderling respect en tolerantie.

Het gebruik van historische probleemstellingen in het lesprogramma kan een positief effect hebben op de motivatie van leerlingen, omdat het historische bronnenmateriaal soms verbazingwekkende voorbeelden bevat die de lessen verlevendigen en de leerlingen uitdagen.

Met dit onderzoek wordt beoogd een brug te slaan tussen de meer theoretische uitgangspunten van wetenschappers en historici en de meer praktische vragen van leraren in het voortgezet onderwijs en ontwerpers van onderwijsmethoden, die een antwoord proberen te vinden op de vraag: hoe kan de geschiedenis van de wiskunde op een zinvolle manier ingepast worden in het onderwijs. Met name de conceptuele argumenten (ontwikkelen de leerlingen een beter begrip) en de motivationele argumenten (raken leerlingen meer gemotiveerd) worden als onderzoeksvraag uitgewerkt.

Twee onderwerpen uit de geschiedenis van de wiskunde worden in dit onderzoek naar voren gebracht.

Het eerste onderwerp is de ontwikkeling van het beroep van de Nederlandse landmeter in de 17<sup>e</sup> eeuw. In deze tijd ontstaat er in Nederland een groeiende behoefte aan landmeters, die onder meer tot taak hebben om de oppervlakte van percelen nauwkeurig in kaart te brengen (dit vooral in verband met rechtsgeschillen over eigendom), geografische kaarten te ontwikkelen (ten behoeve van oorlogsvoering en kolonisatie) en de hoogte van torens en de breedte van rivieren te berekenen. Vanaf die tijd wordt ook in het onderwijs op grotere schaal aandacht besteed aan rekenkunde en meetkunde en verschijnen de eerste landmeetkundeboeken in de Nederlandse taal.

Het historische bronnenmateriaal betreffende deze landmeetkunde is in dit onderzoek geïntegreerd in lesmateriaal voor 2<sup>e</sup> en 3<sup>e</sup> klassen havo en vwo als vervanging van de basisleerstof over gelijkvormigheid. In het onderwijsontwerp "De 17<sup>e</sup>-eeuwse Nederlandse landmeter" worden leerlingen geconfronteerd met probleemstellingen in de historische context en in de oorspronkelijke Oudnederlandse taal. Vanuit deze historisch getinte problemen is een praktische opdracht ontwikkeld, waarbij leerlingen in kleine groepjes zelfstandig meetwerk kunnen verrichten.

Via vragenlijsten voorafgaand aan en volgend op de lessenserie, lesobservaties en gesprekken met leerlingen en docenten zijn de onderzoeksresultaten verzameld. De hypothese dat het onderwijsontwerp een positief effect heeft op de motivatie voor het vak wiskunde en leidt tot een beter inzicht in het onderwerp zelf wordt niet in het algemeen door de kwantitatieve onderzoeksresultaten bevestigd. Wel bleken 3<sup>e</sup>-klassers positiever te reageren op de integratie van de geschiedenis van de wiskunde dan 2<sup>e</sup>-klassers. De kwalitatieve onderzoeksresultaten, verkregen via observaties in de klas en evaluatiegesprekken met leerlingen en docenten, wijzen wel in de richting van een bevestiging van de hypothese.

Met name de praktische opdracht oogst veel waardering van de leerlingen. Het gebruik van Oudnederlandse teksten daarentegen blijkt voor leerlingen een storende factor te zijn: schrijfwijze, woordgebruik en zinsconstructie leiden te veel af van de wiskundige probleemstelling.

Verder blijken bij de uitvoering van het onderwijsontwerp in de lessituatie de werkvorm van de docenten, de interdisciplinaire samenwerking tussen docenten wiskunde en Nederlands en het gebruik van de bij het onderwijsontwerp behorende docentenhandleiding nogal uiteen te lopen.

Het tweede onderwerp is de geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde. Het werk van Euclides is de oudste systematische verhandeling van de meetkunde. Zijn belangrijkste werk *Elementen* is, na de Bijbel, in de westerse wereld het meeste gepubliceerde en bestudeerde boek. Pas in de 19<sup>e</sup> eeuw ontwikkelen Lobačevskiï en Bolyai een nieuwe meetkunde gebaseerd op de ontkenning van Euclides' parallellenpostulaat. Bestudering van deze niet-Euclidische meetkunde is bij uitstek geschikt om een dieper inzicht te verwerven in postulaten, bewijzen en de ontwikkeling van wiskundig denken.

Het onderwijsontwerp "De geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde" is een keuze-onderwerp in het subdomein 'bewijzen in de vlakke meetkunde'. Leerlingen van 5<sup>e</sup> en 6<sup>e</sup> klassen vwo zien het onderwerp behandeld in de lijn van de historische ontwikkeling. Aan de hand van teksten en opdrachten maken ze kennis met de hyperbolische meetkunde en onderzoeken ze resultaten hiervan met behulp van de computer.

De onderzoeksresultaten bevestigen de hypothese dat leerlingen door kennis te nemen van de ontstaansgeschiedenis van de meetkunde tot een dieper inzicht komen in het onderwerp zelf.

Ook docenten geven aan het onderwerp uitdagend en inspirerend te vinden. Bovendien leidt de herontdekking van de uitgangspunten van de meetkunde tot een levendiger leerproces en een grotere motivatie.

Het proefschrift wordt afgerond met aanbevelingen aan ontwerpers van historisch getinte onderwijsontwerpen, schrijvers van onderwijsmethoden, curriculumontwikkelaars, leraren in het voortgezet onderwijs en lerarenopleiders over hoe de geschiedenis van de wiskunde opgenomen kan worden in het wiskundeonderwijs.

Onderwijsontwerpers, schrijvers van methoden en curriculumontwikkelaars zullen bij de keuze van historisch getinte onderwerpen afstemming moeten zien te vinden tussen het niveau van de leerlingen, de moeilijkheidsgraad van het gekozen onderwerp en de beschikbare onderwijstijd. Belangrijk is om na te gaan in hoeverre het historische bronnenmateriaal in zijn oorspronkelijke vorm gebruikt kan worden dan wel bewerkt en vertaald moet worden om het leerproces en de motivatie van leerlingen te bevorderen. Het historische materiaal kan zowel een plaats krijgen bij wiskundige onderwerpen in de bestaande schoolboeken en de 'gewone' lesstof vervangen, maar kan ook heel goed gebruikt worden als verrijkingsstof in de vorm van extra onderzoeksopdrachten en bij vakoverstijgende projecten.

Voor leraren is het uitermate belangrijk dat zij betrokkenheid en belangstelling voor geschiedkundige onderwerpen ontwikkelen en naar leerlingen uitdragen, en daarbij ook gebruik maken van de mogelijkheden van samenwerken aan opdrachten in groepjes. Beschikbaarheid van ondersteunend lesmateriaal en van een docentenhandleiding is van wezenlijk belang, aangezien veel docenten onvoldoende historisch deskundig zijn. In dit opzicht is er zeker ook een rol weggelegd voor lerarenopleiders.